

ディジタルフィルタとイコライザ

Digital Filter and Equalizer

永 海 正 明⁽¹⁾ 上 村 正 継⁽²⁾ 伊 藤 辰 男⁽³⁾
Masaaki Nagami Masatsugu Kamimura Tatsuo Ito

要 旨

ディジタル信号処理技術の中でも、ディジタル・フィルタの技術は基礎的な分野であり、その使用量、応用範囲も広い。

本稿では、その基本である2次のIIRフィルタの説明を行い、その中のバンド・パス・フィルタからイコライザ・フィルタを設計する方法を示す。

またそのアプリケーション例としてグラフィック・イコライザ、パラメトリック・イコライザ、スペクトラム・アナライザについての構成例とその特性を示す。

最後にこれらのアプリケーションを実際のDSP（ディジタル信号処理プロセッサ）で実現するときの注意点として演算精度による特性への影響を示す。

Of a variety of digital signal processing technologies, digital filters are fundamental technology and have been applied widely and in a large quantity.

This paper describes 2nd order IIR filters which are basic digital filters, and introduces a method of designing an equalizer on the basis of a band-pass filter, one of 2nd order IIR filters.

We also present the configurations and characteristics of a graphic equalizer, a parametric equalizer and a spectrum analyzer as application examples.

Finally, the influence of arithmetic operation accuracy on the characteristics is described as a precaution to be noted in realizing these applications in actual digital signal processors (DSP).

(1)~(3) 第一開発部

1. はじめに

ディジタル信号処理技術の中でも、ディジタル・フィルタの技術は基礎的な分野であり、その使用量、応用範囲も広い。例えば、一般的なオーディオ処理であるバス・トレブル・コントロール、ラウドネスの中やサラウンドなどの特殊アプリケーションの中で、帯域分割などのために常に使用されるものである。

そのアプリケーションのひとつとして、イコライザ関連があり、具体的な製品でいうとグラフィック・イコライザ、パラメトリック・イコライザ、スペクトラム・アナライザなどがある。

パラメトリック・イコライザは、アナログにおいてはR、L、C部品を用いた共振系として構成される。しかし、これらの素子の精度にはおのずと限界があり、得られる特性にも制限があった。一方、ディジタルでは同一のフィルタ・ブロックで最高周波数から最低周波数まで対応することができる。さらに、係数を変えるだけで特性を変更できるので、周波数や増幅度の選択に自由度が増し、より細かい設定が可能になる。したがって、DSPで実現することによって、よりメリットのあるアプリケーションのひとつであるといえる。

しかしこれらのアプリケーションをDSPで実現するためには、使用するディジタル・フィルタの構成や、トータルの系の組み合わせ方法などを考慮する必要がある。

本稿では、これらのアルゴリズムの開発方法として、アナログ・フィルタの設計をはじめ、ディジタル・フィルタへの変換、またその構成および特性シミュレーションなどについて紹介する。

2章においてその基本であるフィルタの例の説明を行い、さらに、イコライザ・フィルタの設計方法としてバンド・パス・フィルタからの導出方法を示す。

3章でアプリケーション例としてグラフィック・イコライザ、パラメトリック・イコライザ、ス

ペクトラム・アナライザについての構成例とそのシミュレーション特性を示す。

4章でこれらのアプリケーションをDSPで実現するときの注意点として演算精度をとりあげ特性への影響を示す。

なお、ディジタル・フィルタの基本については本誌中の『DASP応用入門』や資料 1) 2) などを参照されたい。

2. フィルタ設計方法

イコライザ・フィルタは、その基本要素として2次の帯域通過関数を使用している。

本章においては、2.1でアナログ・フィルタの伝達関数を示し、その中の帯域通過関数よりイコライザの伝達関数式を導き出す。2.2で伝達関数式よりディジタル・フィルタの係数を算出する。また、2.3でそのシミュレーション特性を示す。

2.1 伝達関数

2.1.1 一般の2次伝達関数

アナログ・フィルタの伝達特性を示す一般の2次関数は(1)式のように示される。

$$T(s) = H \frac{s^2 + (\omega n / Qn) s + \omega n^2}{s^2 + (\omega a / Qa) s + \omega a^2} \quad (1)$$

この関数の特殊形として、低域通過関数、高域通過関数、帯域通過関数、帯域遮断関数などがある。その伝達関数を式(2)～(5)に示す。

1) 低域通過関数

$$T(s) = H \frac{\omega a^2}{s^2 + (\omega a / Q) s + \omega a^2} \quad (2)$$

2) 高域通過関数

$$T(s) = H \frac{s^2}{s^2 + (\omega a / Q) s + \omega a^2} \quad (3)$$

3) 帯域通過関数

$$T(s) = H \frac{(\omega a / Q) s}{s^2 + (\omega a / Q) s + \omega a^2} \quad (4)$$

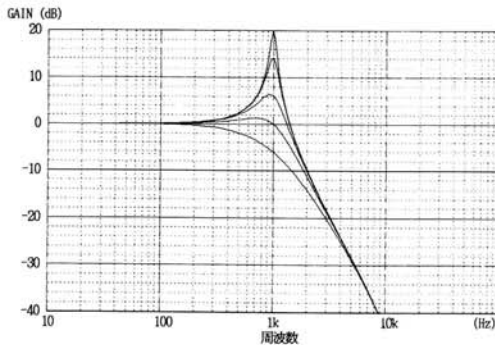
図-1 2次低域通過関数の周波数特性 ($H=1$)

Fig. 1 Frequency characteristics of 2nd order low pass function.

4) 帯域遮断関数

$$T(s) = H \frac{s^2 + \omega_a^2}{s^2 + (\omega_a / Q) s + \omega_a^2} \quad (5)$$

注)

 ω_a : 共振角周波数 (rad) Q : 共振峰の鋭度 ($=\omega_a / (\omega_2 - \omega_1)$) s : 複素変数 ($=j\omega$) H : 利得係数 f_r : 共振周波数 (Hz) f_s : サンプル周波数 (Hz) ω_1, ω_2 : ω_a から -3 dB地点の角周波数 (rad)

式(2)~(5)の振幅特性を図-1~図-4に示す。

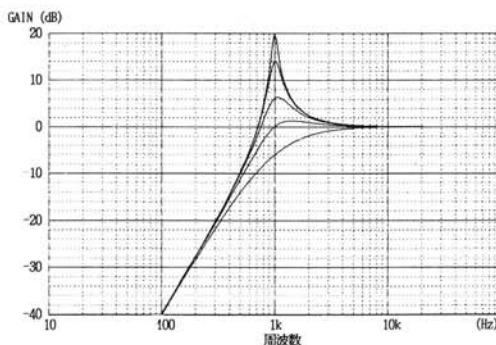
図-2 2次高域通過関数の周波数特性 ($H=1$)

Fig. 2 Frequency characteristics of 2nd order high pass function.

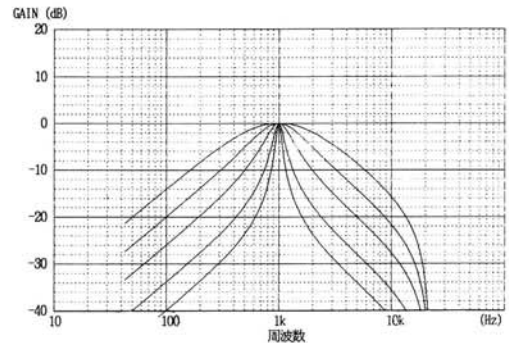
図-3 2次帯域通過関数の周波数特性 ($H=1$)

Fig. 3 Frequency characteristics of 2nd order band pass function.

ただし、 $f_r=1$ kHz, $Q=0.5, 1, 2, 5, 10, H=1$ とする。また、以下の内容において $f_s=44.1$ kHz とする。

これらの伝達関数の詳細については文献1)を参照のこと。

2. 1. 2 イコライザの伝達関数

イコライザ・フィルタは、全周波数帯域的にフラットな状態から特定の帯域だけの増幅や減衰を行うものであり、バンド・パス・フィルタとスルー (through) の系の合成として得られる。

スルーの系とは素通しの系のことであり、関数を $THR(s)$ と置くと(6)式のように表せる。

$$THR(s) = 1 \quad (6)$$

特性は全帯域フラットで図-5のように表せる。

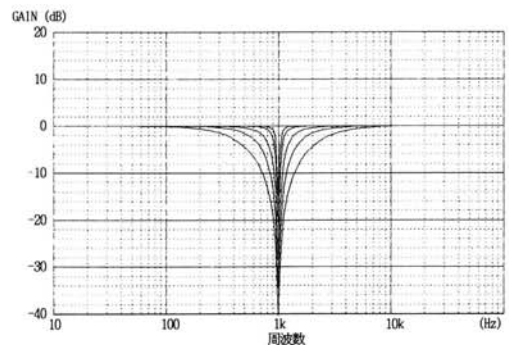
図-4 2次帯域遮断関数の周波数特性 ($H=1$)

Fig. 4 Frequency characteristics of 2nd order band stop function.

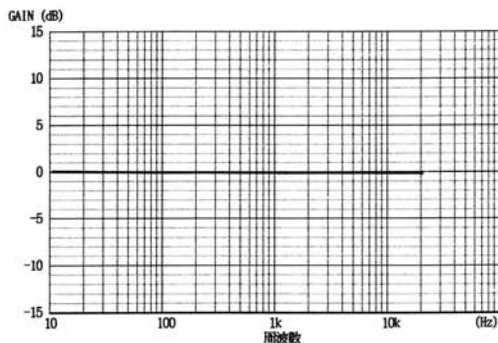


図-5 スルー特性

Fig. 5 Characteristics of through function.

バンド・パス・フィルタは(4)式の帯域通過関数を用いる。この関数を $H=1$ として $BPF(s)$ とする。

$$BPF(s) = H \frac{(\omega a / Q) s}{s^2 + (\omega a / Q) s + \omega a^2} \quad (7)$$

この特性を図-6に示す。

イコライザの伝達関数 $EQ(s)$ は増幅度 DB (dB) の正負によって以下のように表せる。

$DB \geq 0$ のとき、図-7のようにスルー系にバンド・パス・フィルタの出力を K 倍して加算することによって特定帯域の増幅を行う。伝達関数を $EQ_{PL}(s)$ とすると、(8)式となる。

$$\begin{aligned} EQ_{PL}(s) &= THR(s) + K \cdot BPF(s) \\ &= 1 + K \cdot BPF(s) \quad (8) \end{aligned}$$

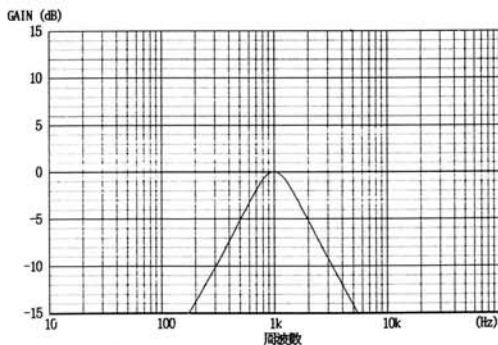


図-6 バンド・パス・フィルタ特性

Fig. 6 Characteristics of band pass filter.

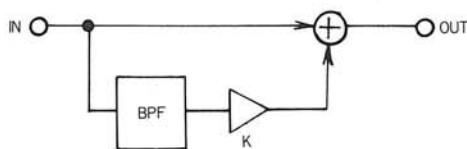


図-7 イコライザ・ブロック (増幅側)

Fig. 7 Equalizer filter block diagram.(increase)

この特性を図-8に示す。

$DB < 0$ のとき、 $EQ_{PL}(s)$ の逆数をとることによって特定帯域の減衰を行う。伝達関数を $EQ_{MI}(s)$ とすると、(9)式となる。

$$\begin{aligned} EQ_{MI}(s) &= \frac{1}{EQ_{PL}(s)} \\ &= \frac{1}{1 + K \cdot BPF(s)} \quad (9) \end{aligned}$$

この特性を図-9に示す。

このとき、

$$1 + K = 10^{(ABS(DB)/20)} = G \quad (10)$$

として以上をまとめると、イコライザの伝達関数式は、次の(11)、(12)式として表せる。

$DB \geq 0$ のとき

$$EQ_{MI}(s) = \frac{s^2 + G(\omega a / Q) s + \omega a^2}{s^2 + (\omega a / Q) s + \omega a^2} \quad (11)$$

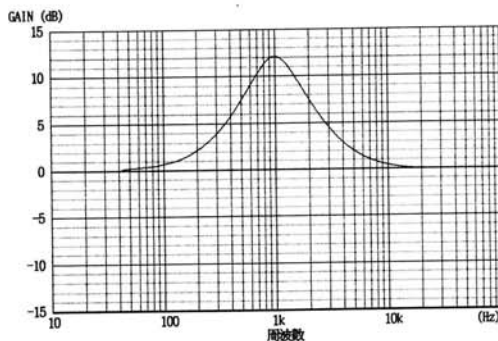


図-8 イコライザ・フィルタ特性 (増幅側)

Fig. 8 Characteristics of equalizer filter. (increase)

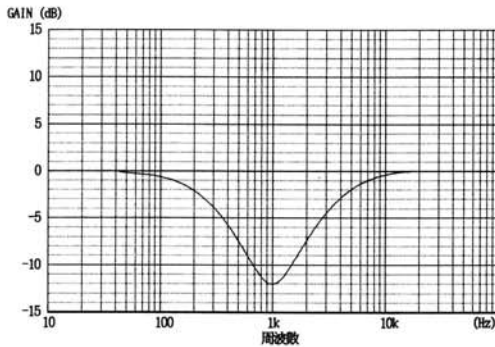


図-9 イコライザ・フィルタ特性 (減衰側)

Fig. 9 Characteristics of equalizer filter. (decrease)

$DB < 0$ のとき

$$EQM(s) = \frac{s^2 + (\omega a / Q) s + \omega a^2}{s^2 + G (\omega a / Q) s + \omega a^2} \quad (12)$$

2.2 フィルタ係数算出

2.2.1 z 変換

イコライザの伝達関数式(11)(12)について $s-z$ 変換を行う。 $s-z$ 変換には標準 z 変換や双一次 z 変換などがあるが、ここでは双一次 z 変換を使用する。なお、 $s-z$ 変換の詳細については文献 2)などを参照のこと。

ここに双一次 z 変換の変換式を示す。

$$S = \frac{2}{T} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (13)$$

このとき、変換の性質により

$$\frac{\omega a \cdot T}{2} = \tan\left(\frac{\omega d \cdot T}{2}\right) \quad (14)$$

という周波数変換を行う。

ωa : アナログの共振角周波数 (rad)

ωd : デジタルの共振角周波数 (rad)

($= 2\pi \cdot f_r$)

f_r : 共振周波数 (Hz)

T : サンプリング周期 (s)

式(11)(12)に式(13)を代入して、式(14)の変換を行うことにより $EQ(s)$ を $EQ(z)$ として次のような形態に変換する。

$$EQ(z) = \frac{A_0 + A_1 \cdot z^{-1} + A_2 \cdot z^{-2}}{B_0 + B_1 \cdot z^{-1} + B_2 \cdot z^{-2}} \quad (15)$$

ただし、 $A_0, A_1, A_2, B_0, B_1, B_2$ は Q, G, f_r, T にて決定される定数である。

これが z 平面上の伝達関数式となる。

2.2.2 デジタル・フィルタ構成

式(15)の伝達関数式をデジタル・フィルタにて実現するためにデジタル・フィルタの構成を考える必要がある。構成方法として直接形、標準形、並列形、縦続形、転置形などがあり、その用途によって使い分けすることができる。

ここに一般的な例として、式変換の容易な直接形の2次 IIR フィルタの構成を図-10に、伝達関数式を(16)に示す。

$$H(z) = \frac{a_0 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2}}{1 - b_1 \cdot z^{-1} - b_2 \cdot z^{-2}} \quad (16)$$

2.2.3 フィルタ係数算出

式(15)と式(16)を比較して係数を算出する。

デジタル・フィルタの係数は次のようになる。

$$a_0 = A_0 / B_0$$

$$a_1 = A_1 / B_0$$

$$a_2 = A_2 / B_0$$

$$b_1 = -B_1 / B_0$$

$$b_2 = -B_2 / B_0$$

(17)

2.3 フィルタ特性

本イコライザ・フィルタを使用したときの振幅特性を次に示す。なお、本稿の振幅特性のグラフはデジタル・フィルタを計算機において実現

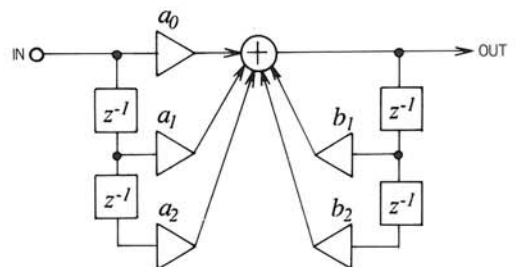


図-10 IIRフィルタ構成

Fig. 10 Constitution of IIR filter.

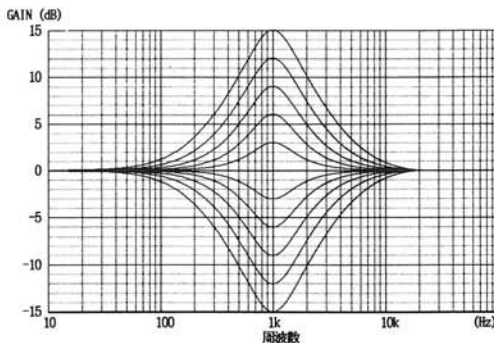


図-11 イコライザ・フィルタ・ゲイン特性
Fig. 11 Gain characteristics of equalizer filter.

し、そのインパルス応答をFFTによって解析した結果であり、次に示すようにイコライザ・フィルタとしての特性が得られていることがわかる。なお、図-13の共振周波数特性で $f_r=10$ kHzの特性が22 kHzにて急に0 dBとなるのはサンプリング周波数が44.1 kHzであり、ナイキスト周波数が22.05 kHzとなることによる。

1) ゲイン特性

DBの変化特性を図-11に示す。ただし、 $f_r=1$ kHz, $Q=1$, $DB=\pm 15, \pm 12, \pm 9, \pm 6, \pm 3$ (dB)とする。

2) 鋭度(Q)特性

鋭度(Q)の変化特性を図-12に示す。ただし、 $f_r=1$ kHz, $Q=0.5, 1, 2, 4, 8$, $DB=\pm 15$ (dB)とする。

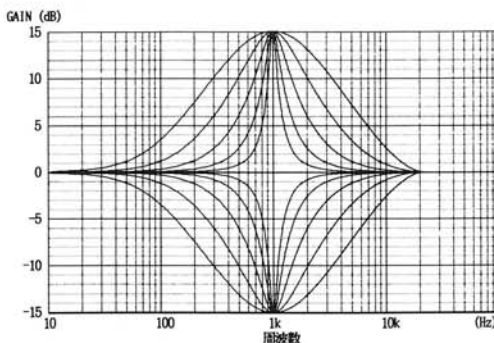


図-12 イコライザ・フィルタ・Q特性
Fig. 12 Q characteristics of equalizer filter.

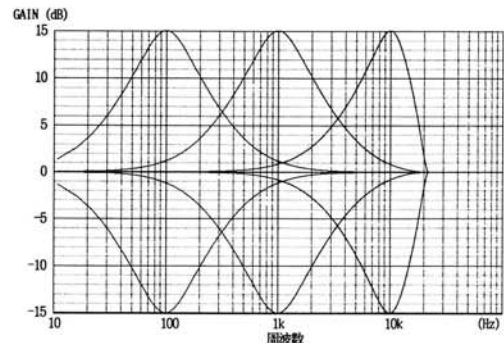


図-13 イコライザ・フィルタ・共振周波数特性
Fig. 13 Resonance frequency characteristics of equalizer filter.

3) 共振周波数特性

共振周波数(f_r)の変化特性を図-13に示す。ただし、 $f_r=100$ Hz, 1 kHz, 10 kHz, $Q=1.0$, $DB=\pm 15$ (dB)とする。

3. 構成と特性

本章ではイコライザの一般的な応用例としてグラフィック・イコライザ、パラメトリック・イコライザ、およびスペクトラム・アナライザについてその構成とシミュレーション特性を示す。

3.1 グラフィック・イコライザ

3.1.1 概要

グラフィック・イコライザは鋭度(Q)、共振周波数(f_r)が固定で、増幅度(DB)が可変できるイコライザである。

共振周波数(f_r)が固定であるため、細かい補正を行うためには、バンド数を多くする必要がある。

3.1.2 仕様

本例は、9バンド、2CHステレオ構成とする。共振周波数はオクターブ間隔で設定する。

仕様を表-1に示す。

3.1.3 構成

グラフィック・イコライザを構成するにあたって、各バンドのフィルタとして2章で設計したイコライザ・フィルタを用いる。

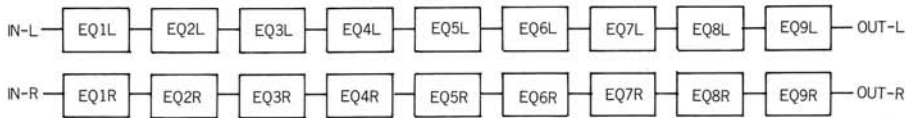


図-14 グラフィック・イコライザ構成
Fig. 14 Constitution of graphic equalizer.

表-1 グラフィック・イコライザ仕様

共振周波数 f_r	9バンド 63, 125, 250, 500 1k, 2k, 4k, 8k, 16k (Hz)
鋭度 Q	3.0
ゲイン DB	-12~12 dB (2 dBステップ)

図-14に構成を示す。

3.1.4 特 性

本構成を用いてグラフィック・イコライザを実現したときの周波数特性を次に示す。

- 1) 増幅度(DB)を一定にしたときの各バンドの特性を図-15に示す。ただし、 $DB = \pm 12$ dBである。
- 2) 9バンドの合成特性の一例、すなわち増幅度(DB)を同一として合成したときの特性を図-16に示す。ただし、 $DB = \pm 12, \pm 8, \pm 4$ dBである。
- 3) 9バンドの合成特性の別の例、すなわち増幅度(DB)を任意として合成したときの特性を図-17に示す。ただし、 $DB = +12, -12$ dB交互である。

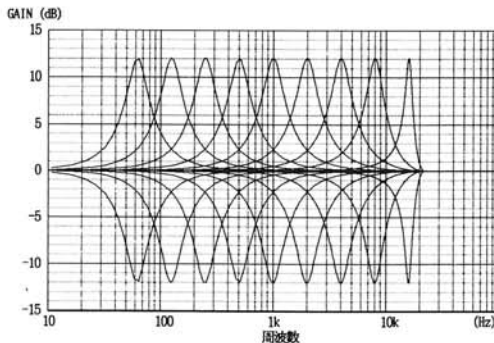


図-15 グラフィック・イコライザ・共振周波数特性
Fig. 15 Resonance frequency characteristics of graphic equalizer.

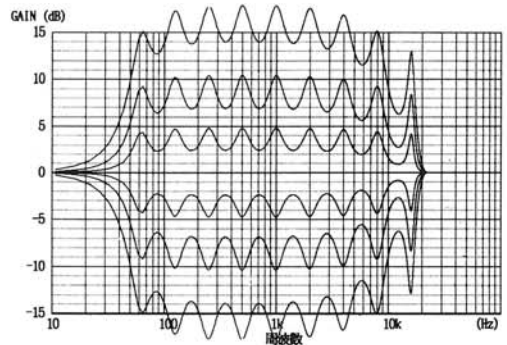


図-16 グラフィック・イコライザ・合成特性
Fig. 16 Composition characteristics of graphic equalizer.

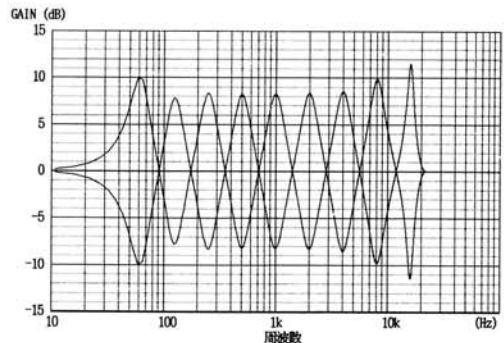


図-17 グラフィック・イコライザ・合成特性
Fig. 17 Composition characteristics of graphic equalizer.

3.1.5 注 意 点

グラフィック・イコライザの場合、各バンドの共振周波数、 Q が固定であるため、 Q が低すぎると隣接するバンドに影響を与え過ぎる。また、 Q が高すぎると各バンドの間において補正できない周波数ポイントが発生する。このことに注意を払い Q を設定する必要がある。

3.2 パラメトリック・イコライザ

3.2.1 概 要

パラメトリック・イコライザは鋭度(Q)、共振周波数(f_r)、増幅度(DB)が任意に設定できるイコライザである。そのために、ある特定ポイントにおいての細かい補正が可能となる。

3.2.2 仕 様

仕様を表-2に示す。

本例は、4バンド、2CHステレオ構成とする。

3.2.3 構 成

パラメトリック・イコライザを構成するにあたって、各バンドのフィルタとして2章で設計したイコライザ・フィルタを用いる。

図-18に構成を示す。

3.2.4 特 性

本構成のようにパラメトリック・イコライザを構成したときの周波数特性の一例、すなわち4バンドの合成特性を図-19に示す。ただし、各バンドの設定は表-3に示す4パターンである。

3.2.5 注 意 点

パラメトリック・イコライザの場合、各パラメータが任意に設定できるのであるが、その限界値はパラメータの組み合わせによって異なるため、設定限界値を決めるときに注意を要する。

3.3 スペクトラム・アナライザ

3.3.1 概 要

表-2 パラメトリック・イコライザ仕様

共振周波数 f_r	4バンド 50~16k (Hz)
鋭 度 Q	0.5~10.0
ゲイン DB	-15~15 (dB)



図-18 パラメトリック・イコライザ構成

Fig. 18 Constitution of parametric equalizer.

スペクトラム・アナライザはオーディオにおいて音楽信号の周波数成分を分析してその周波数帯域ごとの強弱を表示するものである。

3.3.2 仕 様

仕様を表-4に示す。

本例は、9バンド、モノラル構成とする。共振周波数はグラフィック・イコライザと同じくオクターブ間隔で設定する。

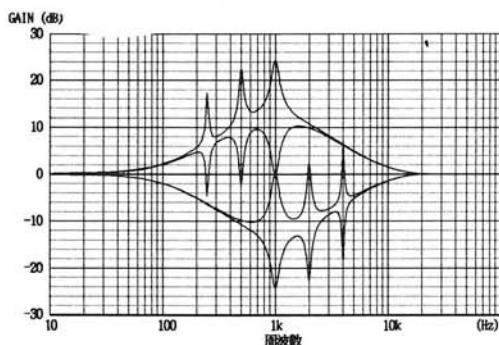


図-19 パラメトリック・イコライザ・合成特性

Fig. 19 Composition characteristics of parametric equalizer.

表-3 パラメータ設定表

BAND NO	Q	f_r (Hz)	DB (dB)
1	0.5	1k	± 12
2	8.0	1k	± 12
3	16.0	2k, 500	± 12
4	32.0	4k, 250	± 12

表-4 スペクトラム・アナライザ仕様

バンドパス・フィルタ	共振周波数 f_r	9バンド 63, 125, 250, 500, 1k, 2k, 4k, 8k, 16k (Hz)
	鋭 度 Q	5.0
ローパス・フィルタ	カット・オフ・周波数	30 (Hz)

3.3.3 構成

スペクトラム・アナライザは各周波数帯域に分割するバンド・パス・フィルタ部とその出力の積分値をとる部分より構成される。なお、積分値をとる部分は絶対値をとるブロックとその後のロー・パス・フィルタ部より成る。そしてロー・パス・フィルタ出力をメモリに置数しておくことにより、表示器側においてそのデータより表示情報を得ることができる。

通常、スペクトラム・アナライザはイコライザの後に置き、その演算数の削減のために入力モノラルにして処理される。一例として、図-20にイコライザEQとスペクトラム・アナライザの構成例を示す。

3.3.4 特性

本構成を用いてスペクトラム・アナライザを実現したときの周波数特性を次に示す。

- 1) バンド・パス・フィルタの特性を図-21に示す。
- 2) ロー・パス・フィルタの特性を図-22に示す。

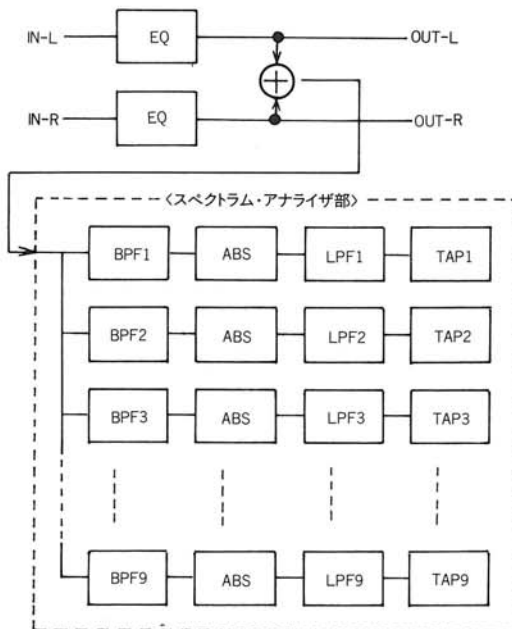


図-20 スペクトラム・アナライザ構成

Fig. 20 Constitution of spectrum analyzer

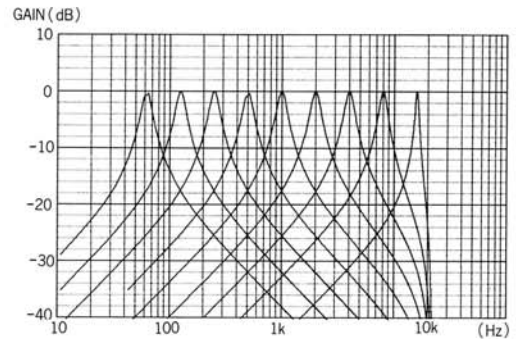


図-21 バンド・パス・フィルタ特性

Fig. 21 Characteristics of band pass filter.

3.3.5 注意点

本例において鋭度 Q や共振周波数は本来任意に決められるものである。しかし実際には表示デバイス、信号源などにより最適な反応速度や周波数帯域が異なるので、これらは実際の製品との合わせ込みにより決定する必要がある。

4. 演算精度

4.1 DSPの演算精度

前章までの特性評価は計算機によるシミュレーションによって行っている。従って倍精度演算の53E11（仮数部53ビット、指数部11ビットの浮動小数点演算）という理想的な演算精度が確保されている。

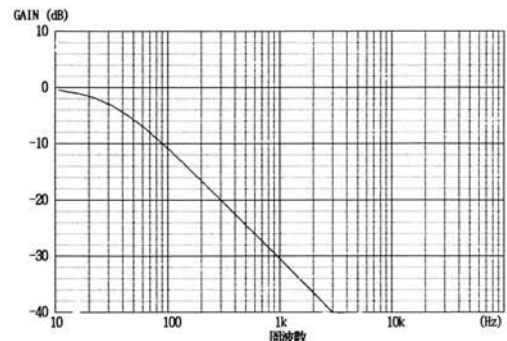


図-22 ロー・パス・フィルタ特性

Fig. 22 Characteristics of low pass filter.

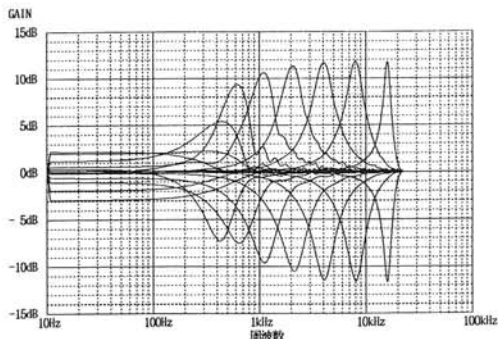


図-23 演算精度シミュレーション (16ビット固定)
Fig. 23 Simulation of calculate error.
(16bit fixed)

しかし、実際の処理では使用するDSPの精度によって左右され、演算誤差は計算機より通常大きなものとなる。

例えば、第一世代のDSPと言われるものは16ビットなどの固定小数点演算が主流であった。現在ではビット数も増え、しかも浮動小数点演算の採用により精度の向上が図られているが、計算機に比べると演算精度は若干悪くなるため考慮する必要がある。

4.2 演算精度の違いによる特性比較

ここに、第一世代のDSPであるMB8764（富士通製16ビット固定小数点演算プロセッサ）と当社が開発したDASP（FT 8800：18E6浮動小数点演算プロセッサ）においてイコライザを実現し

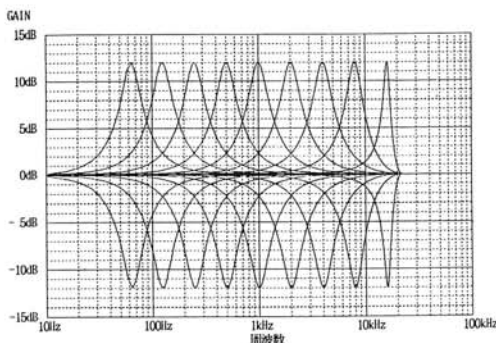


図-24 演算精度シミュレーション (18E6浮動)
Fig. 24 Simulation of calculate error.
(18E6 floating)

た場合のシミュレーションを行い、その特性について比較する。

図-23に16ビット固定小数点演算プロセッサ（MB8764）の、また図-24に18E6浮動小数点演算プロセッサ（DASP）による特性を示す。

図-23では低周波帯域において特性がくずれているのに対して、図-24では全帯域で特性が満たされている。このことより、MB8764で実現できなかったイコライザがDASPでは実現できることがわかる。

5. ま と め

DSPの基本技術であるデジタル・フィルタとそのアプリケーションのひとつであるイコライザ関連について、そのアルゴリズム開発の概要を述べた。

また、演算精度についても検討した結果、DASPでこれらのアプリケーションが実現できることがわかった。

本稿では所望の特性を得るのにアナログからの変換によりデジタル・フィルタの設計を行った。この方法によるとイコライザ・フィルタだけでなく、他のアプリケーション（例えば、バス・トレブル・コントロール、ラウドネス、etc.）など現在のアナログ回路の機能は、ほぼ実現できるものである。

また他の方法としてZ領域で直接設計する方法もありアナログでは実現困難な特性もデジタル・フィルタで実現できる可能性がある。今後の新規アプリケーションに対してそのような方法も有効であろう。

参考文献

- 1) 柳沢健、金光：アクティブフィルタの設計、電子科学シリーズ52、産報出版
- 2) 三谷政昭：デジタルフィルタデザイン、昭晃堂